**Вероятностная логика и ее применения.**

**Введение.**

Ограниченная дискретность {0,1} формальной математичской логики ограничивает возможности ее применения.

В теории исторически рассматриваются другие интерпретации – неклассическая логика, нечеткая логика, многозначная и , в частности, наиболее продвинутая – вероятностная логика.

Неудовлетворенность классическим подходом проявяляется в присущих ему потиворечиях, в многозначности и неопределенности внешнего мира.

Еще Булем [ ] высказывалась эта неудовлетворенность и предпринимались

усилия (Порецкий [ ], ) для применения численной интерпретации смысла логических утверждений. Такая логика предложена в связи с ее применением к сложным техническим системам, поведение которых описывается логикой утврждений и логичским выводом – принятием близкого к “истинному” решения.

Вероятность истинности традиционно кажется наиболее близким к интерпретации истинности высказываний со смыслом “меньше”, “больше”,

“наиболее вероятно” и “невероятно”, подтверждаемые соответствующими расчетами вероятности.

**Исчисление вероятностей**

В работе [ ] предлагается арифметентика вычисления вероятности, эквива-

валентная по смыслу логике, представленной логическими формулами.

Вероятностная ВФ функция P(f(x1,..xn)=1), обозначает вероятность истинности логической формулы.

Формула перехода ФПЗ к замещению допускает переход к ВФ замещением переменных на вероятности.

Интерпретация операций логики высказываний в вероятностной логике необходимо ограничены и должны совпадать по смыслу в дискретных состояниях переменных {0,1}, соответственно с вероятностями P(ךx=1) или

P(x=1).

Эти состояния обозначают абсолютную “истинность” или “ложь”.

(1) Если P(xi=1)=Ri –вероятность прямого значения переменной xi и

**P(ךxi=1)=(1-Ri)=Qi** –вероятность инверсного значения переменной ךxi, то

(2)  **P{(xi & xj)=1}=Ri\*Rj**

**(3) P{(ךxi & ךxj)=1}=(1-Ri)(1-Rj)= QiQj**

**P((xi v xj)=1)=P(ך(ךxi & ךxj)=1)= 1- QiQj**

В этих определениях сохраняется смысл логических операций для дискретных значений Ri,Rj є{0, 1} и сохраняиются таблицы истинности соответствующих логических операций

Очевидно, выполняются законы коммутативности и ассоциативности относительно конъюнкции.

Интерпретация некоторых законов алгебры логики

**(4) P(ךךxi=1)=1-(1-Ri)=Ri =1-Qi,** двойное отрицание

(5**)** правила де Моргана

**P(ך(xi v xj)=1)=1-(1- QiQj)= QiQj= P{(ךxi & ךxj)=1}**

**P{ך(xi & xj)=1}=1- P{(xi & xj)=1} =1- Ri\*Rj =** **P((ךxi vך xj)=1)**

Эти законы позволяют преобразовать любую логическую формулу в ВФ

- последовательно с использованием инверсий преобразуются дизъюнкции в конъюнкции с использованием законов де Моргана по правилам (1-5), затем последовательной заменой логических операций вероятностными формулами и упрощающими алгебраическими операциями

Пример

**F= x1(x2 v x3 v ךx4) v x5(x6v x7 ךx8)= ך ך [x1(x2 v x3 v ךx4) v x5(x6v (x7 ךx8))]=**

Последовательное исключение дизъюнкций с перемещением инверсий вниз по правилу де Моргана заменой дизъюнкции на конъюнкцию

**= ך [ך(x 1(x2 v x3 v ךx4)) &ך (x5(x6v (x7 ךx8)))]=**

**= ך [ך(x 1 ךך(x2 v x3 v ךx4)) &ך (x5  ךך (x6v (x7 ךx8)))] =**

**= ך [ך(x 1 ך(ךx2 ךx3 x4)) &ך (x5  ך (ךx6ך (x7 ךx8)))] =** формула ОПЗФ содержит только инверсии и конъюнкции

С учетом скобок замена переменных на вероятности и исключение инверсий получим ФВ-формулу

**1-[(1-R1 (1-Q2 Q3R4)) (1-R5 (1- Q6 (1- R7 Q8))]**

Одна из близких прикладных задач связана с переобразованием логических функциональных схем в базис И-НЕ для транзисторной элементной базы.

Обратное ручное преобразование с учетом правила де Моргана, как в примере трудоемкое, и поэтому ненадежное и предполагает многократное моделирование для контроля результата.

Эквивалентное преобразование можно выполнить алгебраически на основе правил вероятностной логики.

**F= x1(x2 v x3 v ךx4) v x5(x6v x7 ךx8)=**

**= x1(x2 v x3 v ךx4) v x5(x6v x7 ךx8)**

**R1R(Q2 Q3Q4) R**5**R(Q6& Q(R(x7Q8)))=**

Приложение к моделированию и тестированию функциональных схем, в которых совмещается проверка истинности формул по таблицам истинности и оценка средней скорости вычислений функциональной схемой.

Для примера используем описание функциональной схемы разряда сумматора. Описание приводится на языке С51 в комплексе средств проектирования встроенных вычислительных систем Кейл[ ].

1. Программа численного моделирования, где значения {T,F} кодируются в формате байта значениями {-1,0}, к которым применимы поразрядные логические операции {&,|,~}.

char i,aa,bb,cc,S,C,M;

void fabc(void) //преобразование номера i в значения переменных

{ aa=bb=cc=0;

if(i&1) cc=0xff;

if(i&2) bb=0xff;

if(i&4) aa=0xff;

C=aa&(bb | cc)| bb&cc; // функция переноса

M=((bb&cc) | (~bb&~cc)); //операция Исключающее ИЛИ (bb+cc)

S= (aa&M) | (~aa&~M); // функция арифметической двоичной суммы

}

1. Программа вероятностного моделирования в форматах переменных с плавающей точкой

#include <math>

float ar,br,cr,aq,bq,cq,mr,mq,S,C,R,Q;

char i;

void fabc(void)

{ if(i&1) cr=R; //Rc –вероятность истинности переменной С

if(i&2) br=R; //Rb

if(i&4) ar=R; //Ra

cq=1.0-cr; bq=1.0-br; aq=1.0-ar;

C=1.0-((1.0-ar\*(1-bq\*cq))\*(1.0-br\*cr)); //C=aa&(bb | cc)| bb&cc;

mr=1.0- (1.0-br\*cr)\*(1.0-bq\*cq); //M=((bb&cc) | (~bb&~cc));

mq=1.0-mr; //M=((bb&cc) | (~bb&~cc));

S=1.0- (1.0-ar\*mr)\*(1.0-aq\*mq); //S= (aa&M) | (~aa&~M);

}

main()

{ R=1.0; //вычисление значений функций в таблице истинности R=0.5;

//R=0.5 вычисление вероятности истинности при //равновероятных значениях истинности и ложности

for(i=0;i<8;i++) fabc();

}

Если предположить, что истинность S=1.0 соответсвует наибольшей рассеиваемой мощности W(вт) активного выхода S,C, то значения S и С соответсвуют средним значениям рассеиваемой мощности.

Если предположить, что истинность С=1.0 соответсвует наибольшей задержке T(мкс) при распространении последовательного переноса C, то значение С соответсвуют средним значениям задержки формирования арифметической суммы в схемах ЭВМ.

**Приложения к расчету надежности систем.**